Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
DMCC
Prof. Heraldo González

Primer control de ejercicios, Fila A
Calculo Aplicado A-01

Santiago, 08 de abril de 2011

1) Determine el conjunto solución de la inecuación $3|x-1|+2|x+1|<1$, $x \in R$
(4 puntos)

2) Sea $f:[0,+\infty) \to [-2,+\infty)$ una función tal que $f(x)=x^2-2$
   a) Demuestre que f es inyectiva
   b) Demuestre que f es sobreyectiva
   c) Determine la función f^{-1}
   (6 puntos)

3) Considere las funciones $f: R \to R$ tal que $f(x)=(x-2)^2$ y g definida por $g=\{(1,2),(4,1),(9,3)\}$ Determine la función $g \circ f$
(3 puntos)

4) ¿Cuáles son los números de dos cifras que multiplicados por 7 dan como resultado un número mayor o igual a 658?
(2 puntos)

Resolución

1) Los puntos críticos son $x=-1; x=1$, estos generan en la recta real tres intervalos: $(-\infty,-1),(-1,1),(1,\infty)$ en los cuales esta x.

El conjunto solución de la inecuación es igual a la unión del conjunto solución de cada uno de los casos, junto con (eventualmente) $\{-1,1\}$

Caso A) Si $x<-1$ entonces $|x-1|=-(x-1)=-x+1$ y $|x+1|=-(x+1)$, así, la inecuación original queda $3(-x+1)-2(x+1)<1$ la cual conduce a $x<0$

Entonces $Sol(A)=\{x\in R/x>0\wedge x<-1\}=\phi$

Caso B) Si $-1<x<1$ entonces $|x-1|=-(x-1)=-x+1$ y $|x+1|=x+1$, así, la inecuación original queda $3(-x+1)+2(x+1)<1$, de donde $x>4$

Entonces $Sol(B)=\{x\in R/x>4\wedge -1<x<1\}=\phi$

Caso C) Si $x>1$ entonces $|x-1|=x-1$ y $|x+1|=x+1$, así, la inecuación original queda $3(x-1)+2(x+1)<1$, de donde $x<\dfrac{2}{5}$

Entonces $Sol(C)=\left\{x\in R/x<\dfrac{2}{5}\wedge x>1\right\}=\phi$

Como $x=-1$ y $x=1$ no satisfacen la inecuación original entonces

$Sol=Sol(A)\cup Sol(B)\cup Sol(C)=\phi$

2) a) Si sabemos que $f(a)=f(b)$ debemos demostrar que $a=b$, $a,b\in[0,\infty)$

$f(a)=f(b)\Rightarrow a^2-2=b^2-2\Rightarrow a^2=b^2\Rightarrow\sqrt{a^2}=\sqrt{b^2}\Rightarrow|a|=|b|\Rightarrow a=b$

b) Determinemos el máximo dominio de f

De $y=x^2-2$ obtenemos $x=+\sqrt{y+2}$ de donde

$\operatorname{Re}c(f)=\{y\in R/x\in R^+\cup\{0\}\}=\{y\in R/y+2\geq 0\}=[-2,\infty)$

c) Como $f:[0,+\infty)\to[-2,+\infty)$ es una función biyectiva entonces existe la función inversa $f^{-1}:[-2,+\infty)\to[0,+\infty)$

De $x=+\sqrt{y+2}$ conseguimos $f^{-1}(x)=+\sqrt{x+2}$

3) $Dom(gof)=\{x\in Dom(f)/f(x)\in Dom(g)\}=\{x\in R/(x-2)^2\in\{1,4,9\}\}$

Como $(x-2)^2=1,(x-2)^2=4,(x-2)^2=9$ indica $x\in\{-1,0,1,3,4,5\}$ entonces

$Dom(g\circ f)=\{-1,0,1,3,4,5\}$

Ahora:

$(g\circ f)(-1)=g(f(-1))=g((-3)^2)=g(9)=3,......,(g\circ f)(5)=g(f(5))=g((3)^2)=g(9)=3$

entonces $g\circ f=\{(-1,3),(0,1),81,2),(3,2),(4,1),(5,3)\}$

4) Sea $N=xy$ el número con $x\in\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $y\in\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Como el número N se escribe $10x+y$ entonces, la inecuación que se plantea es $7(10x+y)\geq 658$, de donde $10x+y\geq 94$

Como $x=9$ indica $y\geq 4$ entonces los números pedidos son

94,95,96,97,98,99