Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
DMCC
Prof. Heraldo González

Segundo control de ejercicios, Fila A
Calculo Aplicado A-01

Santiago, 03 de mayo de 2011

1) Determine el conjunto solución de la ecuación, $[\![\, |x| - 2x]\!] = 1$

2) Determine el grafico de la función $f : D \subseteq R \to R$ tal que $x \mapsto y$ definida por $y(x^2 - 4) = -2$ considerando
   a) Domf b) asíntotas c) intersecciones con los ejes coordenados

3) Considere la parábola de ecuación $-y^2 + 6x + 18 = 0$ y la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 9 = 0$
   Grafique en un único sistema coordenado considerando: intersección entre las cónicas, intersección de cada cónica con les ejes coordenados

4) Resuelva la ecuación trigonométrica $sen2x + senx = 0$

Solución

1) $[\![\, |x| - 2x]\!] = 1$

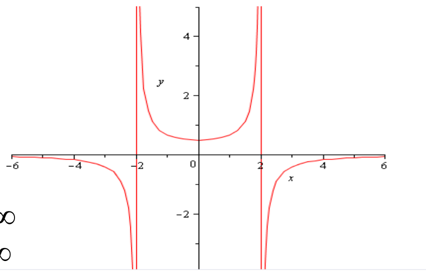
$\Leftrightarrow 1 \le |x| - 2x < 2 \Leftrightarrow \left[(|x| - 2x \ge 1) \wedge (|x| - 2x < 2) \right]$

$\Leftrightarrow \left[(|x| \ge 1 + 2x) \wedge (|x| < 2 + 2x) \right]$

$\Leftrightarrow \left[x \ge 1 + 2x) \vee (x \le -1 - 2x) \right] \wedge \left[(-2 - 2x < x) \wedge (x < 2 + 2x) \wedge 2 + 2x > 0) \right]$

$\Leftrightarrow \left[x \le -1 \vee x \le -\frac{1}{3} \right] \wedge \left[x > -\frac{2}{3} \wedge x > -2 \wedge x > -1 \right]$

$\Leftrightarrow x \le -\frac{1}{3} \wedge x > -\frac{2}{3}$. Así el conjunto solución es $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3} \right]$



2) a) $Dom(f) = R - \{-2, 2\}$

b) $x = 2, x = -2, y = 0$ son las asíntotas

Cuando x crece o decrece y se acerca a 0
Si x se acerca a 2 por la derecha entonces y tiende a $-\infty$
Si x se acerca a 2 por la izquierda entonces y tiende a ∞
Si x se acerca a -2 por la derecha entonces y tiende a ∞
Si x se acerca a -2 por la izquierda entonces y tiende a $-\infty$

c) Intersección con el eje X ocurre cuando y = 0; en este caso no hay intersección,
Intersección con el eje Y ocurre cuando x = 0, es decir, el punto de intersección de la gráfica con el eje Y es en $(0, \frac{1}{2})$

3) Intersección entre las cónicas.

Resolvemos el sistema $\begin{cases} -y^2+6x+18=0 \\ x^2+y^2-9=0 \end{cases}$, la solución es $(-3{,}0)$

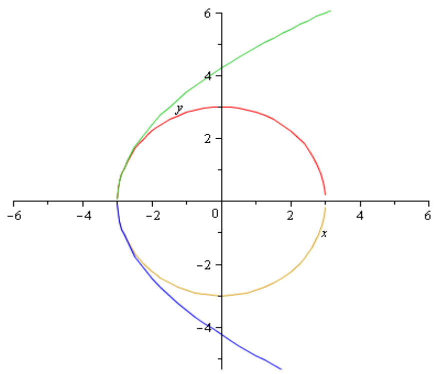
Intersección de la parábola con eje X.
Con $y=0$ obtenemos $6x+18=0$, de donde la intersección es $(-3{,}0)$

Intersección de la parábola con eje Y.
Con $x=0$ obtenemos $-y^2+18=0$, de donde, la intersección pedida es $(0{,}3\sqrt{3}),(0{,}-3\sqrt{3})$

Intersección de la circunferencia con eje X.
Con $y=0$ obtenemos $x^2-9=0$, de donde la intersección es $(-3{,}0)$, $(3{,}0)$

Intersección de la circunferencia con eje Y.
Con $x=0$ obtenemos $y^2-9=0$, de donde la intersección es $(0{,}-3)$, $(0{,}-3)$

Además: $-y^2+6x+18=0$ se transforma en $y^2=6(x+3)$ de donde el vértice es $V(-3{,}0)$, $p=\dfrac{3}{2}$ y la parábola se abre hacia la derecha



4) $sen2x+senx=0 \Rightarrow 2senx\cos x+senx=0 \Rightarrow senx(2\cos x+1)=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} senx=0 \\ 2\cos x+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2k\pi, k\in Z \\ x=\begin{cases} \dfrac{2\pi}{3}+2k\pi, k\in Z \\ -\dfrac{2\pi}{3}+2k\pi, k\in Z \end{cases} \end{cases}$$