Guía de ejercicios Nº1: Sucesiones y series

A) Determine la convergencia o divergencia de las siguientes sucesiones $\{a_n\}$

1) $a_n = 2+(0{,}1)^n$ Resp Converge a 2 2) $a_n = \dfrac{1-2n}{1+2n}$ Resp Converge a -1

3) $a_n = \dfrac{1-5n^4}{n^4+8n^3}$ Resp Converge a -5 4) $a_n = \dfrac{n^2-2n+1}{n-1}$ Resp Diverge

5) $a_n = 1+(-1)^n$ Resp. Diverge 6) $a_n = \dfrac{n+1}{2n}(1-\dfrac{1}{n})$ Resp Converge a $\dfrac{1}{2}$

7) $a_n = \sqrt{\dfrac{2n}{n+1}}$ Resp Converge a $\sqrt{2}$ 8) $a_n = \dfrac{senn}{n}$ Resp Converge a 0

9) $a_n = \dfrac{n}{2^n}$ Resp Converge a 0 10) $a_n = \sqrt[n]{10n}$ Resp Converge a 1

11) $a_n = 8^{\frac{1}{n}}$ Resp Converge a 1 12) $a_n = (1+\dfrac{7}{n})^n$ Resp Converge a e^7

13) $a_n = \left(\dfrac{3}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$ Resp Converge a 1

B) Determine si las siguientes sucesiones son: creciente, decreciente o no monótona

1) $\left\{\dfrac{3n-1}{4n+5}\right\}$ Resp. Creciente 2) $\left\{\dfrac{1-2n^2}{n^2}\right\}$ Resp. Decreciente

3) $\left\{\cos\dfrac{n\pi}{3}\right\}$ Resp. No monótona 4) $\left\{\dfrac{1}{n+senn^2}\right\}$ Resp. No monótona

5) $\left\{\dfrac{(2n)!}{5^n}\right\}$ Resp. Creciente

6) $\left\{\dfrac{n!}{3^n}\right\}$ Resp. Creciente después del segundo termino

7) $\left\{\dfrac{n^n}{n!}\right\}$ Resp. Creciente 8) $\left\{\dfrac{n!}{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots\cdot (2n-1)}\right\}$ Resp. Decreciente

9) $\left\{\dfrac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots\cdot (2n-1)}{2^n n!}\right\}$ Resp. Decreciente

C) Demuestre que las siguientes sucesiones son convergentes verificando que son monótonas y acotadas

1) $\left\{\dfrac{2^n}{n!}\right\}$ 2) $\left\{\dfrac{n}{3^{n+1}}\right\}$ 3) $\left\{\dfrac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots\cdot (2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdot \ldots (2n)}\right\}$

D) Decida la convergencia de las siguientes series calculando el límite de las sumas parciales

1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}$ Resp. Converge a 2

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ Resp. Converge a 1

3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^2 \frac{2n+5}{(n+2)(n+3)}$ Resp. Converge a $\frac{1}{2}$

4) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2-n-1}{n!}$ Resp. Converge a 2

E) Resuelva los siguientes problemas

1) La trayectoria de cada oscilación, después de la primera, del disco de un péndulo es 0,93 cm. de la trayectoria de la oscilación anterior (de un lado al otro) Si la trayectoria de la primera fuere de 56 cm. Y la resistencia del aire lleva eventualmente al péndulo al reposo ¿Qué distancia recorre el disco antes de alcanzar el reposo? Resp. 800 cm

2) Se decaer un apelota desde una altura de 12 metros, y cada vez que toca el suelo rebota hasta una altura de tres cuartos de la distancia desde la cual cae. Determine la distancia total que recorre la pelota antes de que alcance el estado de reposo

3) Los lados de un triangulo equilátero miden 4 unidades. Se une los puntos medios de cada lado formando otro triangulo equilátero. Si este proceso puede repetirse un número ilimitado de veces ¿Cuál es el perímetro de todos los triángulos? Resp. 24 unidades

D) Utilice criterio de comparación o compasión por limite para decidir la convergencia de las series

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n+1}$ Resp. Convergente, compare con la geométrica

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ Resp. Divergente, compare con la armónica

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+4n}}$ Resp. Divergente, compare límite con la armónica

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|senn|}{n^2}$ Resp. Convergente, compare con serie p

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+2)!}$ Resp. Convergente, compare con la serie p

6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+1}}$ Resp. Convergente, compare con la serie p, p = $\frac{3}{2}$

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5n^2+3}$ Resp. Divergente, compare límite con la armónica

8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{(n+1)!}$ Resp. Convergente, compare con la serie p

9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!}$ Resp. Convergente, compare con la serie geométrica $\frac{1}{2^n}$

E) Aplique el criterio de la integral para decidir la convergencia de las series

1) $\sum_{n=1}^{\infty} ne^{-n}$ Resp. Convergente a $2e^{-1}$ 2) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$ Resp. Divergente

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$ Resp. Divergente

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(3n+5)^2}$ Resp. Converge a $\frac{1}{4}$

5) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-5n}$ Resp. Convergente a $\frac{1}{5}e^{-5}$

F) Determine si las series alternantes siguientes son convergentes

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n}$ Resp. Convergente

2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2}$ Resp. Convergente

3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{n^2+1}$ Resp. Convergente

4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{4}{3n-2}$ Resp. Convergente

5) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{n^3+2}$ Resp. Convergente

6) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{Lnn}{n}$ Resp. Convergente

G) Determine el intervalo de convergencia de las siguientes series de potencias

1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ Resp. $[-1,1)$

2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^2+1}$ Resp. $[-1,1]$

3) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n n^2}{2^n}$ Resp. $(-2,2)$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n 2^n}{n^2}$ Resp. $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{3^n}$ Resp. $(-3,3)$

6) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$ Resp. $(-\infty,\infty)$

7) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{2^n}$ Resp. $(-5,-1)$